PHYSIQUE-CHIMIE
BACCALAURÉAT BLANC 2015

LYCEE CAMILLE COROT – MORESTEL

CORRECTION DE L'EXERCICE 2

Rappel : les 4 parties sont indépendantes.

PARTIE 1

1.1. On considère le système {booster} après son décrochage de la fusée. L'étude est faite dans le référentiel terrestre considéré galiléen.

Les frottements étant négligés, la seule force exercée sur le système est son poids $\vec{P}$.

1.2. On applique la deuxième loi de Newton au système de masse m constante :

$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_G$ soit $\vec{P} = m \vec{a}_G$

Sachant que $\vec{P} = m \vec{g}$ où $\vec{g}$ représente le champ vectoriel de pesanteur supposé constant et tel que $\vec{g} \begin{Bmatrix} 0 \\ -g \end{Bmatrix}$, alors on obtient les coordonnées de l'accélération : $\vec{a} = \vec{g}$ et donc $\boxed{\vec{a}_G \begin{Bmatrix} 0 \\ -g \end{Bmatrix}}$

1.3. L'accélération étant la dérivée de la vitesse, pour obtenir les coordonnées de la vitesse, on intègre celles de $\vec{a}_G$: $\vec{v}_G(t) \begin{Bmatrix} v_{xG} = A \\ v_{zG} = -g\,t + B \end{Bmatrix}$ où A et B sont des constantes obtenues en utilisant les conditions initiales.

Soit à t=0 (décrochage), on a $\vec{v}_G(0) \begin{Bmatrix} v_{xG}(0) = A = v_0 \sin 63\,° \\ v_{zG}(0) = B = v_0 \cos 63\,° \end{Bmatrix}$

A***ttention :*** *l'angle 63° est compté par rapport à la verticale !*

D'où : $\boxed{\vec{v}_G(t) \begin{Bmatrix} v_{xG} = v_0 \sin 63\,° \\ v_{zG} = -g\,t + v_0 \cos 63\,° \end{Bmatrix}}$

1.4. On intègre les coordonnées de la vitesse pour obtenir celles de la position :

$\boxed{\overrightarrow{OG}(t) \begin{Bmatrix} x_G(t) = v_0 \sin 63\,° \times t + A' \\ z_G(t) = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \cos 63\,° \times t + B' \end{Bmatrix}}$ où A' et B' sont des constantes déterminées avec les conditions initiales, c'est-à-dire : à t=0, $x_G(0) = 0$ $z_G(0) = h$

D'où : A' = 0 et B' = h

On a donc les équations horaires du mouvement : $\boxed{\overrightarrow{OG}(t) \begin{Bmatrix} x_G(t) = v_0 \sin 63\,° \times t \\ z_G(t) = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \cos 63\,° \times t + h \end{Bmatrix}}$

Remarque : il était inutile de faire l'étude selon la 3ème coordonnée, puisque l'énoncé propose (impose!) le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{k}$) sans le troisième axe.

1.5. On détermine l'équation de la trajectoire en exprimant le temps avec la première coordonnée :

$t=\frac{x_G}{v_0\times\sin 63°}$ expression que l'on remplace dans la coordonnée z_G :

$$z_G=\frac{-g}{2}\times\left(\frac{x_G}{v_0\times\sin 63°}\right)^2+v_0\cos 63°\times\frac{x_G}{v_0\times\sin 63°}+h$$

Soit en simplifiant : $\boxed{z_G=-\frac{g}{2\times v^2{}_0\times sin^2 63°}x_G{}^2+\frac{\cos 63°}{\sin 63°}x_G+h}$ équation de la trajectoire parabolique

1.6. Au sommet de la trajectoire, la vitesse est minimale ou la vitesse selon l'axe vertical est nulle, soit : v_{ZG} $(t_S)=0$ avec t_S date à laquelle le système est au sommet de la trajectoire.

Soit $-g t_S+v_0\cos 63°=0$ soit $t_S=\frac{v_0\cos 63°}{g}$

On remplace dans l'expression de $z_G(t)$ pour calculer l'altitude à cette date t_S :

$$z_G(t_S)=-\frac{1}{2}g t_{S^2}+v_0\cos 63°\times t_S+h=-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 cos63°}{g}\right)^2+v_0\cos 63°\times\frac{v_0 cos63°}{g}+h$$

$$z_{G\,max}=z_G(t_S)=-\frac{1}{2g}(v_0 cos63°)^2+\frac{(v_0\cos 63°)^2}{g}+h=h+\frac{(v_0 cos63°)^2}{2g}$$

Application numérique :

$$z_{G\,max}=53{,}4\times10^3+\frac{(1{,}82\times10^3\cos 63°)^2}{2\times9{,}6}=89\times10^3\,m=89\,km$$

PARTIE 2

2.1. Le comburant d'une automobile est le dioxygène disponible dans l'air.
Dans le cas d'une fusée, le comburant n'est pas disponible dans le milieu environnant, il faut donc l'embarquer.

2.2. L'équation de la combustion s'écrit :

$$C_2H_8N_2 + 2\,N_2O_4 \rightarrow 2\,CO_2 + 4\,H_2O + 3\,N_2$$

D'après les coefficients stoechiométriques des réactifs (1 pour 2) de l'équation, une mole de diméthylhydrazine $C_2H_8N_2$ réagit avec 2 moles donc le double de tétraoxyde d'azote N_2O_4.

2.3. Calculons la quantité de matière de tétraoxyde d'azote N_2O_4 dont la masse est connue :

$n_i(N_2O_4) = m_i / M = 120\times10^6 / (2\times14{,}0 + 4\times16{,}0) = 1{,}30\times10^6$ mol

Pour la diméthylhydrazine $C_2H_8N_2$, nous savons que la quantité qui réagit est la moitié de celle de tétraoxyde d'azote, donc :

$n_i(C_2H_8N_2) = n_i(N_2O_4) / 2= 1{,}30\times10^6 / 2 = 6{,}50\times10^6$ mol

2.4. Calculons la masse de diméthylhydrazine embarquée à partir de la quantité de matière précédente :

$m_i(C_2H_8N_2) = n_i(C_2H_8N_2) \times M = 6{,}50\times10^6 \times (2\times12{,}0 + 8\times1{,}00 + 2\times14{,}0) = 39{,}0\times10^6$ g

Soit une masse totale de combustible et comburant :

$m_{totale} = m_i(C_2H_8N_2) + m_i(N_2O_4) = 39{,}0 + 120 = 159$ tonnes (cohérent avec l'énoncé)

PARTIE 3

3.1. La force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur le vaisseau Progress s'exprime par :

$$\vec{F}_{T/P}=G\frac{M_T M_P}{(R_T+z)^2}\vec{N}$$ selon le vecteur unitaire dirigé vers le centre de la Terre (voir schéma de l'énoncé)

3.2. Dans le référentiel terrestre considéré galiléen, on applique la deuxième loi de Newton :

$\Sigma\vec{F}=M_P\vec{a}_G$ où $\vec{a}_P$ est le vecteur accélération du vaisseau Progress.

On a donc :

$$\vec{F}_{T/P}=M_P\vec{a}_G \qquad G\frac{M_T M_P}{(R_T+z)^2}\vec{N}=M_P\vec{a}_G$$

On en déduit l'expression de l'accélération : $\vec{a}_G=G\frac{M_T}{(R_T+z)^2}\vec{N}$

On retrouve que $\vec{a}$ est radiale et centripète, c'est-à-dire selon $\vec{N}$ avec une composante sur $\vec{T}$ nulle ce qui signifie que $\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont orthogonales et que la vitesse est constante.

On a alors sur l'axe défini par N : $a_G=\frac{GM_T}{(R_T+z)^2}=\frac{v^2}{r}$ avec $r = R_T + z$

et la vitesse s'exprime donc par : $v^2=\frac{GM_T}{(R_T+z)^2}\times(R_T+z)$ soit : $\boxed{v=\sqrt{\frac{GM_T}{(R_T+z)}}}$

3.3. On calcule la vitesse avec l'expression précédente :

$$\boxed{v=\sqrt{\frac{GM_T}{(R_T+z)}}=\sqrt{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}98\times10^{24}}{(6300+334)\times10^3}} = 7{,}75\times10^3 \text{ m/s}}$$

3.4. La période T est la durée d'un tour complet du vaisseau sur son orbite circulaire autour de la Terre.

3.5. La vitesse étant v et la distance parcourue le périmètre du cercle de l'orbite de rayon R_T+z :

$$v=\frac{2\pi(R_T+z)}{T} \qquad \text{d'où :} \qquad T=\frac{2\pi(R_T+z)}{v}$$

Remarque : l'énoncé utilise z ou h pour l'altitude.

3.6. Soit n le nombre de révolutions autour de la Terre en 24h :

$$n=\frac{24\times3600}{T}=\frac{24\times3600}{\frac{2\pi(R_T+z)}{v}}=\frac{24\times3600}{2\pi(R_T+z)}\times v=\frac{24\times3600}{2\pi(3600+334)\times10^3}\times7{,}75\times10^3 = 16 \text{ révolutions}$$

3.7. La troisième loi de Kepler exprime que le rapport T^2/r^3 est constant et ne dépend que de l'axe central attracteur.

D'après la question 3.5. : $T=\frac{2\pi(R_T+z)}{v}$ et d'après la question 3.2. : $v^2=\frac{GM_T}{(R_T+z)}$

Exprimons T² : $$T^2=\frac{(2\pi(R_T+z))^2}{v^2}=\frac{4\pi^2(R_T+z)^2}{\frac{G M_T}{R_T+z}}=\frac{4\pi^2(R_T+z)^3}{G M_T}$$

On a donc: $\frac{T^2}{(R_T+z)^3}=\frac{4\pi^2}{G M_T}$ valeur indépendante du vaisseau et qui ne dépend que de la Terre, astre attracteur. On retrouve bien la troisième loi de Kepler.

PARTIE 4

4.1. L'expression vectorielle de la quantité de mouvement est : $\vec{p}=m\vec{v}$
où m est la masse du système et $\vec{v}$ son vecteur vitesse.

4.2. Pour un système isolé, c'est-à-dire soumis à aucune force, la quantité de mouvement se conserve.

4.3. On considère, lors de la phase de réhaussement de l'orbite de l'ISS :

$\vec{p}_{avant}=\vec{0}$ et $\vec{p}_{après}=m_{ISS}\vec{v}_{ISS}+m_{carb}\vec{v}_{carb}$ La notation « ISS » désigne ISS+Progress

Soit avec $\vec{p}=\overrightarrow{cte}$ et en considérant l'axe du mouvement, les gaz éjectés dans un sens, l'ISS dans l'autre sens : $0=m_{ISS}v_{ISS}-m_{carb}v_{carb}$

On a donc : $$v_{ISS}=\frac{m_{carb}}{m_{ISS}}v_{carb}=\frac{3{,}8\times 3300}{426}\ =\ 29{,}4\ \ m/s$$

4.4. D'après l'énoncé, la vitesse de la station doit augmenter de 25 m/s pour que l'orbite soit réhaussée jusqu'à l'altitude de 345 km.
Or la vitesse calculée précédemment est supérieure (29,4>25), donc cette variation de vitesse est suffisante.