Équations de droites

Exercice 1

1. L'ordonnée à l'origine de la droite (AB) est 1. C'est l'ordonnée du point de la droite qui a pour abscisse 0.

2. $\Delta x = x_B - x_A = 4$ et $\Delta y = y_B - y_A = -6$.
On en déduit que le coefficient directeur de la droite (AB) est $a = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$.

3. Une équation de la droite (AB) est donc $y = -\frac{3}{2}x + 1$.

4. On a $-\frac{3}{2} \times (-100) + 1 = 151$ donc le point C $(-100\ ;\ 151)$ appartient à la droite (AB).
On a $-\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4}$ donc D $(\frac{1}{2}\ ;\frac{1}{2})$ n'appartient pas à la droite (AB).

Exercice 2

a. $2 \times (-1) + 3 = 1$ donc A$(-1\ ;1)$ appartient à la droite.

b. $2 \times 2 + 3 = 7$ donc B $(2\ ;8)$ n'appartient pas à la droite.

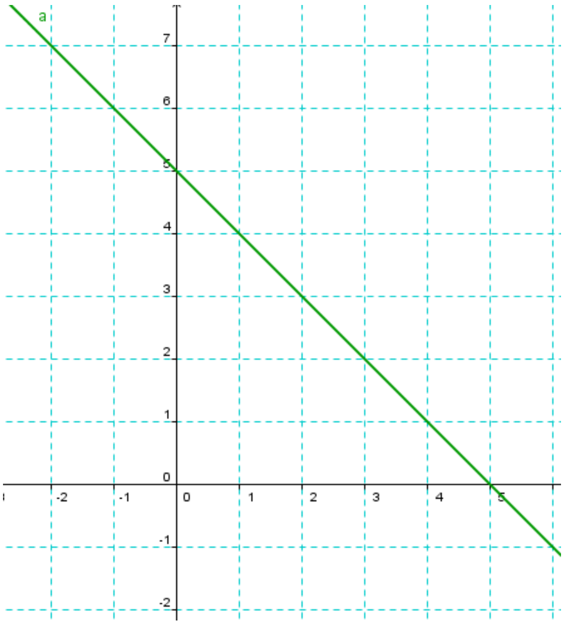
c. $2 \times 0 + 3 = 3$ donc D $(0\ ;\ 3)$ appartient à la droite.

d. $2 \times (-3) + 3 = -3$ donc D $(-3\ ;\ 0)$ n'appartient pas à la droite.

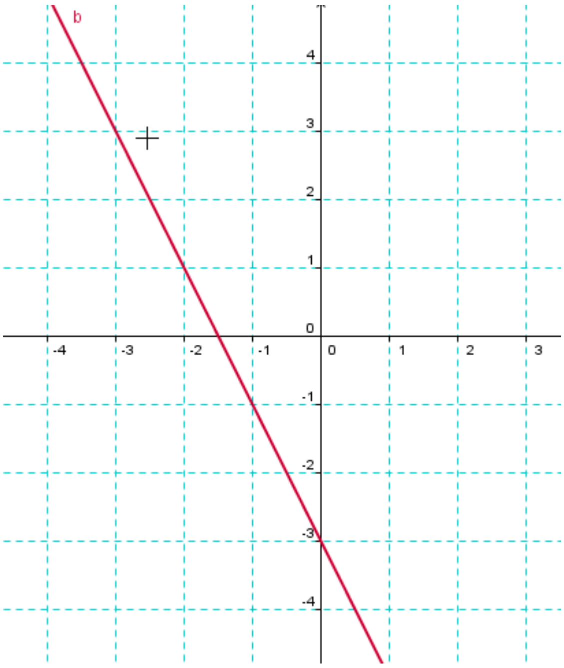
Exercice 3

On applique l'une des méthodes de l'exercice résolu 1 page 293.

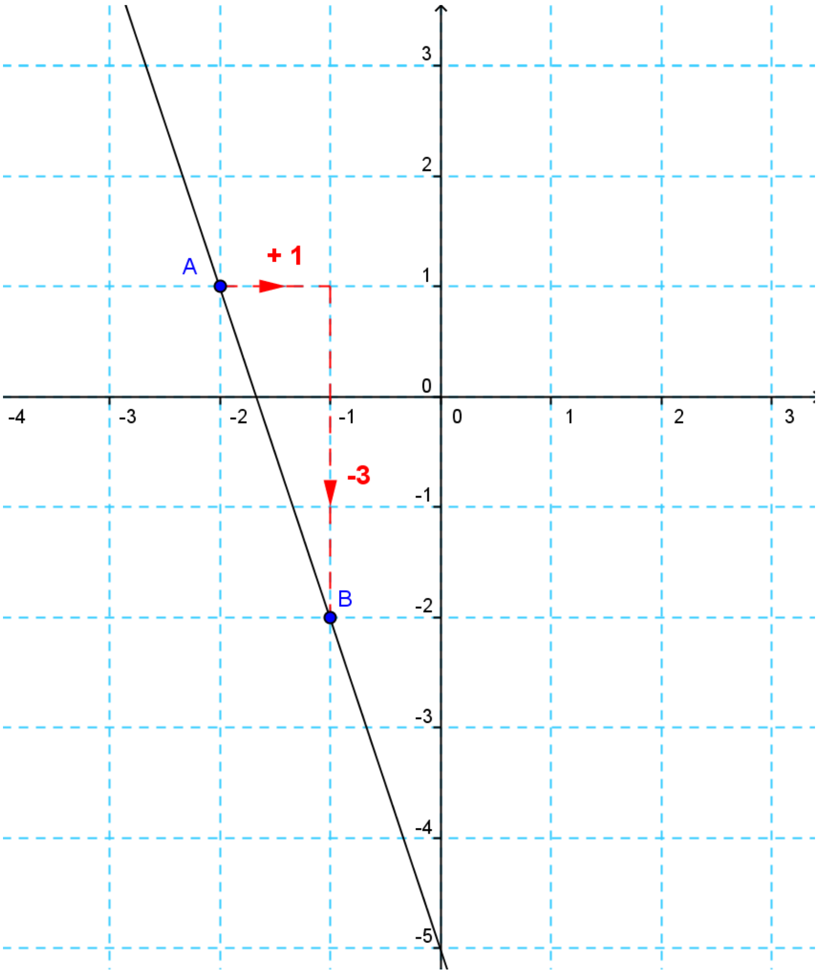
a.



b.



c. On place le point A $(-2\,;1)$. On trouve ensuite un autre point B de la droite en utilisant le coefficient directeur -3.



Exercice 4

$d1:\ y = -x + 4$;

$d2:\ y = 2$;

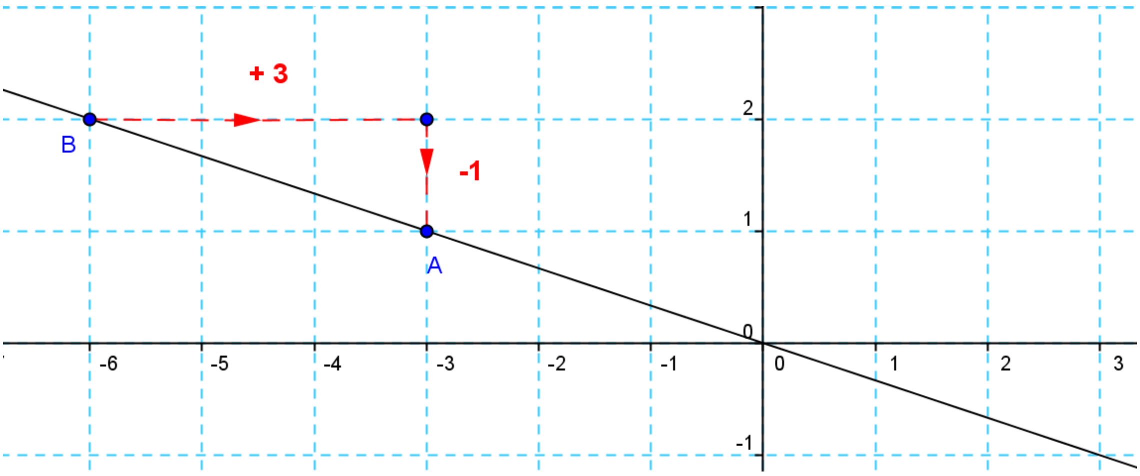
$d3:\ y = \frac{5}{2}x - 4$;

$d4:\ y = -2x - 2$.

Exercice 5

On sait que d a une équation de la forme $y = -\frac{1}{3}x + b$.
Les coordonnées de B doivent vérifier cette équation.
Donc $2 = -\frac{1}{3} \times (-6) + b$ c'est-à-dire $2 = 2 + b$.
On en déduit que $b = 0$ et que la droite d a pour équation $y = -\frac{1}{3}x$.

On contrôle graphiquement :



Exercice 6

On applique la méthode de l'exercice résolu 2 page 293.

a. $y = -x - 1$; **b.** $y = 5x - 13$; **c.** $y = \frac{1}{2}$; **d.** $y = 2x - 4$.

Droites parallèles

Exercice 7

a. Non car les coefficients directeurs sont différents $(5 \neq -5)$.
b. Oui car les coefficients directeurs sont égaux.
c. Non car les coefficients directeurs sont différents $(-1 \neq -4)$.
d. Non car les coefficients directeurs sont différents $(\frac{1}{3} \neq 0{,}33)$.

Exercice 8

a. d' a une équation de la forme $y = -2x + b$.
Les coordonnées de A doivent vérifier cette équation. On en déduit que $b = 2$.
La droite d' a donc pour équation $d' : y = -2x + 2$.

b. De la même façon on obtient $d' : y = 3x + 2$.
c. (BC) a pour coefficient directeur $\frac{-8}{-2} = 4$ donc $d' : y = 4x - 3$.

Alignement

Exercice 9

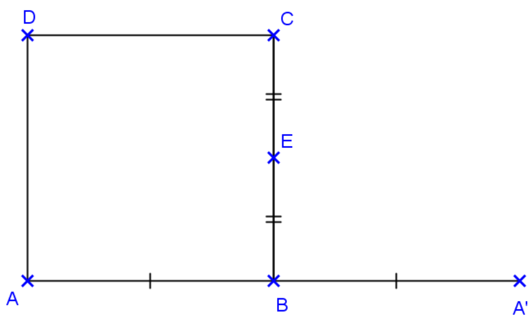
a. La droite (AB) a pour coefficient directeur $\frac{7}{7} = 1$.
La droite (AC) a pour coefficient directeur $\frac{1}{1} = 1$.
Les deux droites sont parallèles et ont le point A en commun.
Elles sont donc confondues et les points A, B et C sont alignés.

b. La droite (AB) a pour coefficient directeur $\frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$.
La droite (AC)a pour coefficient directeur $\frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$.
Les deux droites sont parallèles et ont A comme point commun.
Elles sont donc confondues et les points A,B et C sont alignés.

c. La droite (AB)a pour coefficient directeur $\frac{-6}{-2} = 3$.
La droite (AC) a pour coefficient directeur $\frac{-15}{-6} = \frac{5}{2}$.
Les deux droites ne sont pas parallèles et les points A, B et C ne sont donc pas alignés.

Exercice 10

Dans le repère (A, B, D),
B (1 ; 0), C (1 ; 1) donc E $\left(1 ; \frac{1}{2}\right)$ et A' (2 ; 0).
La droite (A'D) a pour coefficient directeur
$\frac{1-0}{0-2} = -\frac{1}{2}$.
La droite (ED) a pour coefficient directeur
$\frac{1-\frac{1}{2}}{0-1} = -\frac{1}{2}$.
Les droites sont donc parallèles avec D en commun, donc les points D, E, A' sont alignés.



Droites sécantes et systèmes

Exercice 11

1. Les droites d et d' ne sont pas parallèles car elles n'ont pas le même coefficient directeur.

2. Pour déterminer leur point d'intersection I(x ; y), on cherche le couple (x ; y) qui vérifie les deux équations à la fois c'est-à-dire tel que :

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 3x - 7 \end{cases}$$

On résout donc $-2x + 3 = 3x - 7$

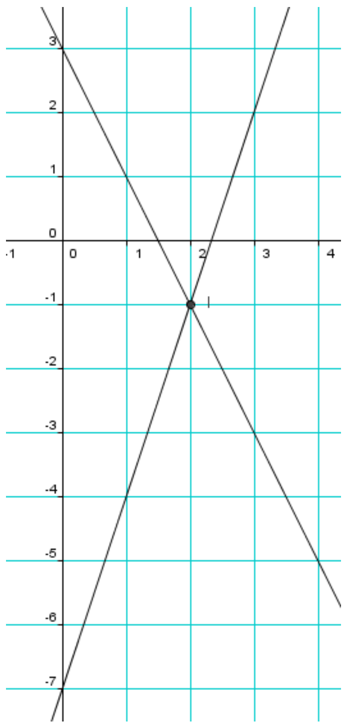
soit $10 = 5x$.

On obtient donc $x = 2$.

En reportant dans une des équations on obtient $y = -1$.

Donc d et d' sont sécantes en I(2 ; −1).

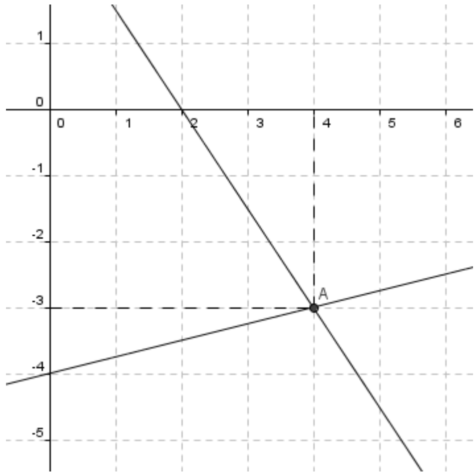
3. Voir graphique ci-contre.



Exercice 12

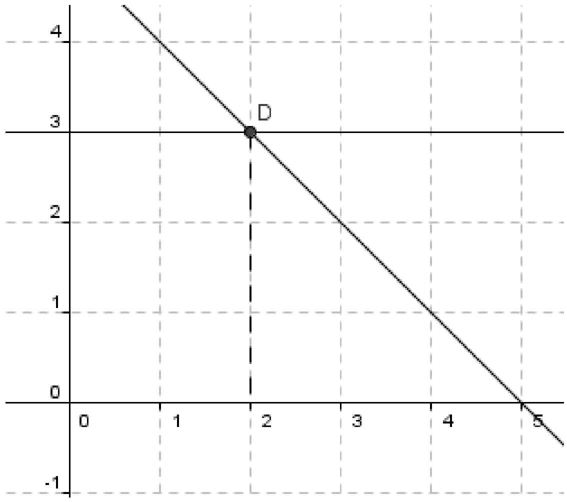
a. Le système $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x - 4y = 16 \end{cases}$ s'écrit encore $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{1}{4}x - 4 \end{cases}$

On obtient comme solution $x = 4$ et $y = -3$ (ensemble de solution $S = \{(4\,;-3)\}$).



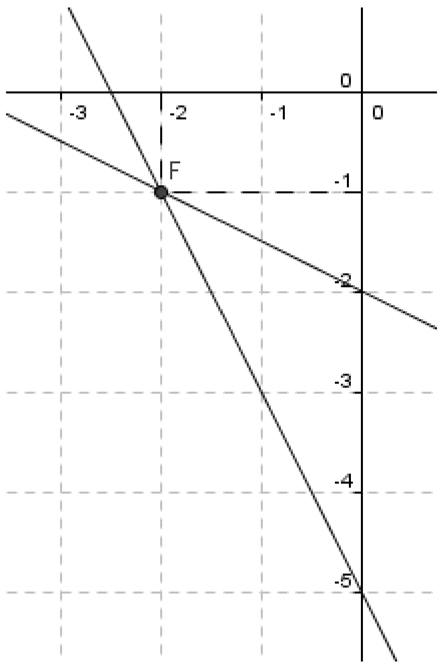
b. Le système $\begin{cases} y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$ s'écrit aussi $\begin{cases} y = 3 \\ y = -x + 5 \end{cases}$.

On obtient comme solution $x = 2$ et $y = 3$ (ensemble de solution $S = \{(2\,;3)\}$).



c. Le système $\begin{cases} -x - 2y = 4 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$ s'écrit encore $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - 2 \\ y = -2x - 5 \end{cases}$.

On obtient comme solution $x = -2$ et $y = 1$ (ensemble de solution $S = \{(-2\,;-1)\}$).



Exercice 13

Chaque système peut se résoudre par plusieurs méthodes.

a. Résolvons par substitution :
La seconde équation donne $x = 4y + 16$.
On substitue dans le première : $3(4y + 16) + 2y = 6$.
On en déduit que $y = -3$ puis que $x = 4 \times (-3) + 16 = 4$.
On vérifie que $(x\,; y) = (-3\,; 4)$ est bien solution du système.
Le système a pour unique solution $(x\,; y) = (-3\,; 4)$.

b. Par substitution
On substitue 3 à y dans la seconde équation, on obtient immédiatement le couple solution $(x\,; y) = (2\,; 3)$.

c. Résolvons par combinaison linéaire
On multiplie chaque membre de la première équation par 2 :
$\begin{cases} -x - 2y = 4 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$ devient $\begin{cases} -2x - 4y = 8 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$
En ajoutant membre à membre les deux équations on obtient $-3y = 3$ d'où $y = -1$ .En remplaçant dans le première équation, on obtient $-x + 2 = 4$ d'où $x = -2$.
On vérifie que le couple $(-2\,; -1)$ est bien solution du système.
Le système a pour unique solution $(x\,; y) = (-2\,; -1)$.

Exercice 14

1. On lit graphiquement les équations des deux droites représentées :
$y = -x + 5$ et $y = 2x + 2$.

On en déduit que c'est le système **c.** $\begin{cases} -x - y = -5 \\ 2x - y = -2 \end{cases}$ que permet de résoudre ce graphique puisque ce système peut aussi s'écrire $\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$.

2. A l'aide du graphique on lit les coordonnées du point d'intersection des deux droites : $(1\,; 4)$.
Par le calcul on trouve par exemple $y = -x + 5$ dans la première équation.
On substitue dans l'autre équation : $2x - (-x + 5) = -2$ ce qui donne $x = 1$.
On en déduit $y = 4$.
On vérifie que le couple $(1\,; 4)$ est bien solution du système.

Exercice 15

Appelons x et y les deux nombres cherchés.
Leur somme est égale à 15 donc $x + y$=15.
En soustrayant le triple de l'un des nombres au double de l'autre on obtient 60 donc (en échangeant éventuellement les rôles de x et y), on a $2x - 3y = 60$.
On est donc amené à résoudre le système $\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x - 3y = 60 \end{cases}$.
On obtient pour seul solution $(x\,; y) = (21\,; -6)$.
Les deux nombres cherchés sont donc 21 et -6.