

Enigmes du lundi

Enigme 1:

Prends ta pointure de chaussures et multiplie par 2

Puis tu rajoutes 40

Tu multiplies le total par 50

Puis au total tu rajoutes 16

Puis du total tu soustrais ton année de naissance

Maintenant tu as un nombre avec 4 chiffres, les 2 premiers forment ta pointure de chaussures et les 2 derniers l'âge que tu auras en 2016,

Amis mathématiciens merci de me donner le truc !

Solution :

Soit x ma pointure de chaussure et y mon année de naissance.

$$(2x + 40) \times 50 + 16 - y = 100x + 2016 - y$$

$2016 - y$ représente donc mon âge cette année. $100x$ est ma pointure multiplié par 100 ce qui donne bien les deux premier chiffres d'un nombre de 4 chiffres (x est le nombre de centaines)

Enigme 2:

Le nombre de bonbons qu'a Anna dans son sac est un nombre à deux chiffres. Anna calcule la somme de ces deux chiffres et retire autant de bonbons de son sac. Elle recommence l'opération jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un nombre à un chiffre de bonbons. Combien en reste-t-il ?

Solution :

On écrit le nombre de bonbons initial ab où a et b sont ces deux chiffres. a le chiffre des dizaines et b celui des unités. Donc $ab = 10a + b$

$10a + b - (a + b) = 9a$ il lui reste donc $9a$ bonbons.

Elle recommence jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un nombre à un chiffre de bonbons.

Donc si $a = 1$ il lui reste 9 bonbons.

Si $a \neq 1$ le nombre de bonbons qu'il lui reste est un multiple de 9 (18, 27, 36...81). Si on calcule la somme de ces deux chiffres, dans tous les cas cela fait 9. Et le reste de bonbons sera encore un multiple de 9.

Dans tous les cas, **il lui restera 9 bonbons**

Enigme3 niveau 2 :

Chacun des 100 employés d'une entreprise parle espagnol ou français. On sait aussi que 37,5% de ceux qui parlent espagnol parlent français et que 60% de ceux qui parlent français parlent espagnol.

Combien d'employés parlent les deux langues ?

Solution :

On pose x le nombre de personnes qui parle espagnol.

Il y en a donc $\frac{37,5}{100}x = 0,375x$ parlent espagnol et français.

Il y en a donc $100 - (x - 0,375x) = 100 - 0,625x$ qui parle français

Et donc $\frac{60}{100}(100 - 0,625x) = 60 - 0,375x$ parle français et espagnol.

Ainsi $0,375x = 60 - 0,375x \Leftrightarrow 0,75x = 60 \Leftrightarrow x = \frac{60}{0,75} = 80$

80 personnes parlent espagnol et donc $\frac{37,5}{100} \times 80 = 30$ parlent les 2 langues.

Enigme 4 niveau 1 :

Un jeu consiste à lancer un dé et à avancer une montre à l'arrêt du nombre d'heures indiqué par le dé. Si au début, la montre indique 12 heures pile et qu'on lance le dé 2016 fois, quelle est la probabilité que l'aiguille des heures soit en position horizontale à la fin ?

Solution :

Après un lancer de dé, on ajoute donc 1, 2,3,4, 5 ou 6 heures à l'heure indiqué par la montre. Parmi ces 6 positions il n'y a qu'une position où l'aiguille des heures est horizontale. Ainsi à chaque étape il y a une probabilité égale à $\frac{1}{6}$ que l'aiguille soit horizontale. La réponse ne dépend donc pas du nombre de lancers.

La probabilité que l'aiguille des heures soit en position horizontale à la fin est égale à $\frac{1}{6}$

Enigme facile :

Un coureur cycliste s'entraîne. Il parcourt chaque jour 20 km de plus que la veille.

Il regarde la distance totale qu'il a parcourue sur les 5 derniers jours, son compteur indique 500km.

Quelle distance a-t-il parcouru le dernier jour?

Solution :

Soit x la distance parcourue le dernier jour.

Les jours précédents, il a donc parcourue : $x - 20, x - 40, x - 60, x - 80$.

Au total il a parcouru 500km, donc $x + x - 20 + x - 40 + x - 60 + x - 80 = 500$

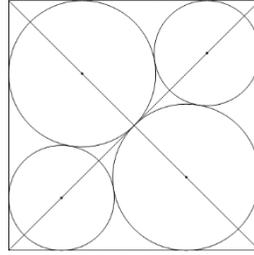
$$5x - 200 = 500$$

$$x = \frac{700}{5} = 140$$

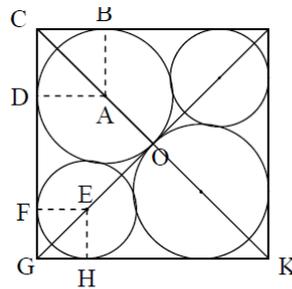
Le dernier jour, il a parcouru 140 km.

Enigme niveau difficile :

On a représenté dans un carré de côté 1, quatre cercles.



Calculer les rayons de ces cercles.



On pose R le rayon des grands cercles et r le rayon des petits cercles

- CK est la diagonale du carré de côté 1, donc $CK = \sqrt{2}$ et $OC = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- Les angles $\hat{A}BC, \hat{A}DC$ sont des angles droits car les côtés du carré sont tangents au cercle et sont donc perpendiculaires aux rayons

$\hat{D}CA$ est un angle droit.

Le quadrilatère $ABCD$ a 3 angles droits et deux cotés consécutifs égaux ($AB = AD = R$). C'est donc un carré.

La diagonale $AC = \sqrt{2}R$.

$$\text{On a donc } OC = OA + AC \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = R + \sqrt{2}R \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = (1 + \sqrt{2})R \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{1+\sqrt{2}} = R \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} = \frac{-\sqrt{2}-2}{2}$$

$$\text{Donc } R = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \approx 0,29$$

- On démontrerait de façon analogue que $EFGH$ est un carré. Et que $EG = \sqrt{2}r$
- OAE est un triangle rectangle en O . $OA = R, OE = OG - EG = \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}r$ et $AE = R + r$ comme les deux cercles sont tangents.

Et d'après le théorème de Pythagore : $AE^2 = OA^2 + OE^2$

$$(R + r)^2 = R^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}r\right)^2$$

$$R^2 + 2Rr + r^2 = R^2 + \frac{1}{2} - 2r + 2r^2$$

$$2\frac{2-\sqrt{2}}{2}r = \frac{1}{2} - 2r + r^2$$

$$0 = \frac{1}{2} - 2r - (2 - \sqrt{2})r + r^2$$

$$0 = \frac{1}{2} + (-4 + \sqrt{2})r + r^2$$

Equation du second degré :

$$\Delta = (-4 + \sqrt{2})^2 - 4 \times \frac{1}{2} = 16 - 8\sqrt{2} > 0$$

L'équation admet deux solutions.

$$r_1 = \frac{4 - \sqrt{2} - \sqrt{16 - 8\sqrt{2}}}{2} = \frac{4 - \sqrt{2} - 2\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{2} \approx 0,21$$

$$r_2 = \frac{4 - \sqrt{2} + \sqrt{16 - 8\sqrt{2}}}{2} = \frac{4 - \sqrt{2} + 2\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{2} \approx 2,38$$

Comme $r < R$ on a $r = \frac{4 - \sqrt{2} - 2\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{2} \approx 0,21$

Enigmes du jeudi

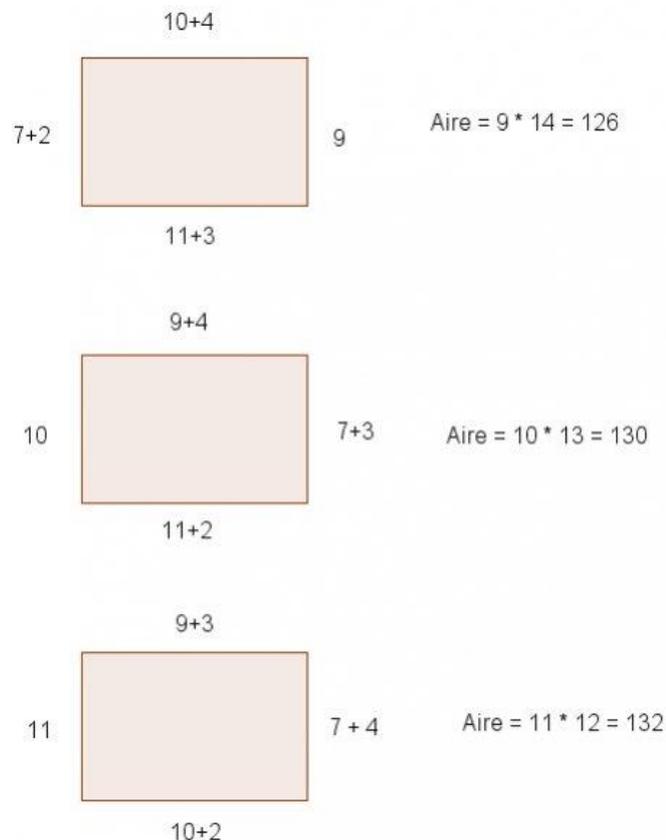
Enigme 1 :

Les moutons de M. PANURGE ont bon appétit.

Aussi, celui-ci, afin d'économiser l'herbe de son pré, leur a confectionné un enclos rectangulaire. Il a utilisé pour cela 7 barrières de longueurs respectives 11m, 10m, 9m, 7m, 4m, 3m et 2m qu'il a placées bout à bout de façon à former un rectangle ayant la plus grande aire possible.

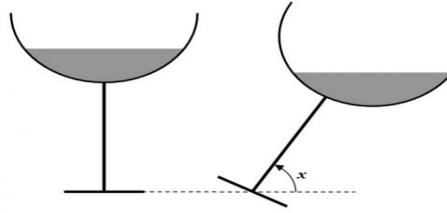
Quelle est l'aire de ce rectangle, exprimée en mètres carrés ?

Il y a 3 possibilités de faire un enclos rectangulaire.



Enigme 2 :

Un verre hémisphérique est rempli sur la moitié de sa hauteur. Quel est l'angle minimum x selon lequel on peut pencher ce verre sans renverser de liquide ?

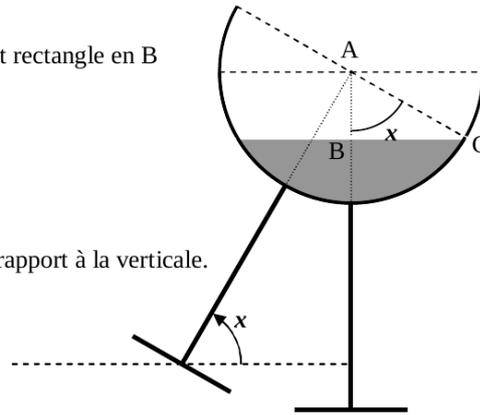


Réponse : Un petit dessin pour fixer les idées ...

D'après les données de la figure le triangle ABC est rectangle en B et $AB = \frac{AC}{2}$. Alors on a :

$$\cos x = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \quad \text{soit } x = 60^\circ.$$

Autrement dit, on peut pencher le verre de 30° par rapport à la verticale.



Enigmes du vendredi

Enigme 1 :

On dispose de 9 boules de métal indiscernables au toucher, dont l'une est plus lourde que les autres et d'une balance traditionnelle à fléaux.

Comment trouver la plus lourde en deux pesées comparatives ?

Faire 3 lots de 3 boules.

On pèse deux d'entre eux. On peut ainsi repérer celui qui est le plus lourd des 3. Soit les 2 que l'on pèse ont le même poids c'est donc l'autre qui contient la boule la plus lourde. Sinon on repère le lot le plus lourd des deux.

Reste à peser deux des trois boules et avec le même principe on trouve la plus lourde.

Enigme 2 :

Dans un square il y a des enfants de six, sept ou huit ans. Les enfants de sept ans disent uniquement des mensonges et les autres ne disent que des vérités. Quatre d'entre eux discutent.

Ben dit : « À nous quatre, nous avons 28 ans. ». Vivien dit : « À nous quatre, nous avons 27 ans. » Jane dit : « À nous quatre, nous avons 26 ans. » Rose dit : « À nous quatre, nous avons 25 ans ».

Lequel dit la vérité ?

Trois enfants mentent. Ils ont donc 7 ans. $7 \times 3 = 21$

$21 + 6 = 27$ Vivien peut dire la vérité.

$21 + 8 = 29$ aucun ne propose cette solution.

C'est donc Vivien qui dit la vérité.